

面向二维 Delaunay 构网的点定位算法优化

苏天赞¹, 王 雯², 吴 蔚², 李新放¹

(1. 国家海洋局第一海洋研究所, 山东 青岛 266061;

2. 中国海洋大学信息科学与工程学院, 山东 青岛 266100)

摘要:逐点插入法是构建 Delaunay 三角网的主要方法之一,而在众多三角形中能否快速找到插入点所在三角形是影响整个逐点插入法构网速度的重要因素。在分析现有点定位算法的基础上,结合三角形重心的几何性质,提出了一种新的点定位算法,简化了待插点位于三角形两条边外侧时的寻找下一三角形的计算步骤,避免了求三角形重心坐标和相交边的过程,并将新算法应用到点云数据地形建模中。实验结果表明,上述算法较目前其它点定位算法能够有效的缩短搜索路径,避免了目前已有算法存在的搜索路径长、搜索路径求解计算量大等问题,较其它算法能提高 Delaunay 三角网构网过程中点定位的效率,并减少点云数据地形建模时间。

关键词:三角网;逐点插入法;点定位算法;三角形重心

中图分类号:TP391.9 **文献标识码:**B

Point Positioning Algorithm Optimization for Construction of 2D Delaunay Triangle Meshwork

SU Tian - yun¹, WANG Wen², WU Wei², LI Xin - fang¹

(1. First Institute of Oceanography, State Oceanic Administration, Qingdao Shandong 266061, China;

2. College of Information Science and Engineering, Ocean University of China, Qingdao Shandong 266100, China)

ABSTRACT: As the main way of Delaunay triangulation, the incremental insertion algorithm is seriously influenced by the speed of seeking out the triangle in which the inserting point locates. Based on the analysis of existing point positioning algorithms, a new one with a simplification for the calculation steps when the inserted point located outward two edges of current triangle was presented by using geometric properties for triangle barycenter. Using this algorithm, the calculation of triangle barycenter and intersecting edge can be avoided. In addition, the improved algorithm was applied to model large scale terrain. The experimental results show that the improved algorithm can shorten the searching path and avoid the problem that searching path is too long and too complicated to calculate in present algorithms, which improve the efficiency of point positioning process, and then reduce the time of Delaunay triangulation in terrain modeling.

KEYWORDS: Delaunay triangulation; Incremental insertion algorithm; Point positioning algorithm; Triangle barycenter

1 引言

Delaunay 三角剖分广泛地应用在地理信息系统、数字高程插值、有限元分析、几何重构等领域。Delaunay 三角网具有优良的几何特性,如空外圆性质、最小角最大的性质等,

是公认的最优三角网^[1,2]。目前逐点插入法是构建 Delaunay 三角网应用最多的方法,而确定包含插入点的三角形(目标三角形)是逐点插入法中的一个重要步骤,一般将其称为点定位问题。目前,点定位算法的主要思想是先找到第一个要搜索的三角形(首三角形),从这个三角形出发穿越局部三角形,逐渐移动到目标三角形。刘学军等^[3]和刘少华等^[4]分别提出了基于面积坐标和正负划分性的点定位算法,这两种方法本质相同,都利用点和三角形三边的拓扑关系判断定位,其优点是计算效率高,但是由于搜索路径不唯一,造成了搜

基金项目: 国家科技重大专项(2011ZX05056-001-01); 海洋公益性行业科研专项(201205001); 国家海洋局青年基金项目(2013629)

收稿日期: 2015-01-28 修回日期: 2015-06-11

索路径中很多不必要的“绕弯”现象,增加了判断三角形的个数。宋占峰等^[5]提出最速方向定位法,通过将首三角形重心指向插入点的连线作为方向线,如果点不在三角形内,则与方向线相交的边相邻的三角形就为下一搜索三角形,该方法计算效率较低,但搜索路径唯一。蒲浩等^[6]提出重心方向搜索法,通过判断当前三角形的重心点和插入点相对于三角形三条边的关系来定位,虽然搜索路径是目前几种算法中最短的,但计算效率也最低。张咏等^[7]提出点定位融和算法,将文献[3]与文献[6]的方法相结合,先用面积坐标法判断搜索路径,当遇到结果不唯一的情况时,将当前判断的三角形重心与插入点相连,连线经过的与当前判断三角形相邻的三角形即为下一个要判断的三角形。这种方法的搜索路径与文献[6]相同,但用面积坐标法判断结果不唯一时,还是要计算三角形重心和判断连线经过的三角形,计算效率仍有待提升。本文针对以上算法的不足,对点定位算法进行了改进,当遇到结果不唯一的情况时,可以快速判断出重心与插入点连线经过的相邻三角形,搜索路径与文献[6,7]相同且为目前方法中的最短路径。将改进后的算法应用到三维点云数据的 Delaunay 构网后,使整体构网效率得到了提高。

2 点定位算法

2.1 算法概述

在逐点插入法中,对于每一个插入点,找到其所在的三角形是之后进行空腔扩展和三角网更新的必要步骤。点定位算法的主要流程是,首先确定首三角形(首三角形的选择方法可以采用分块建立局部三角形区域索引^[8],或者把前一个插入点最后一个更新的三角形作为首三角形的方法^[9]),然后利用数学方法判断点是否在三角形中。如果不在,则利用插入点和这个三角形的位置关系,找到下一个要判断的三角形,继续对该三角形进行插入点与其位置关系的判断,以此类推。在这个过程中,要判断的三角形会逐渐与插入点靠近,直到找到目标三角形^[10,11]。这些判断过的三角形会形成一条路径,称为搜索路径。点定位算法的效率主要受以下三个因素影响:

因素 1: 首三角形与插入点所在三角形的距离;

因素 2: 搜索路径中三角形的数量;

因素 3: 判断点与三角形位置关系时的计算公式的复杂度。

其中,因素 1 是由首三角形的选取方式决定的,由于选取首三角形的方法主要取决于逐点插入法中点的插入顺序,本文对此不作重点阐述。

对于因素 2 和因素 3,搜索路径能否经过最少的三角形到达目标三角形以及寻找搜索路径方法是否简便是影响点定位算法的重要因素。目前点定位算法中,有些搜索路径较长,有些寻找搜索路径要进行大量的计算。针对这些情况,本文提出一种搜索路径短,计算更简便的方法。

2.2 算法改进

要确定搜索路径首先要确定插入点与搜索路径中每一个三角形的位置关系。插入点与当前判断三角形的位置关系可以通过插入点与三角形任意两顶点形成新三角形的面积正负来确定^[12]。如图 1 所示,设平面任意 $\triangle ABC$, 其三个顶点按照逆时针顺序编号,坐标分别为 $A(x_a, y_a)$, $B(x_b, y_b)$, $C(x_c, y_c)$; 对任意点 $P(x_p, y_p)$, P 与三角形三边 AB 、 BC 、 CA 构成的三角形面积分别为 S_A, S_B, S_C , 称边 AB 、 BC 、 CA 分别为 S_A, S_B, S_C 的对应边, 则

$$S_A = \frac{1}{2}(x_p y_a + x_a y_b + x_b y_p - x_p y_b - x_b y_a - x_a y_p)$$

$$S_B = \frac{1}{2}(x_p y_b + x_b y_c + x_c y_p - x_p y_c - x_c y_b - x_b y_p)$$

$$S_C = \frac{1}{2}(x_p y_c + x_c y_a + x_a y_p - x_p y_a - x_a y_c - x_c y_p)$$

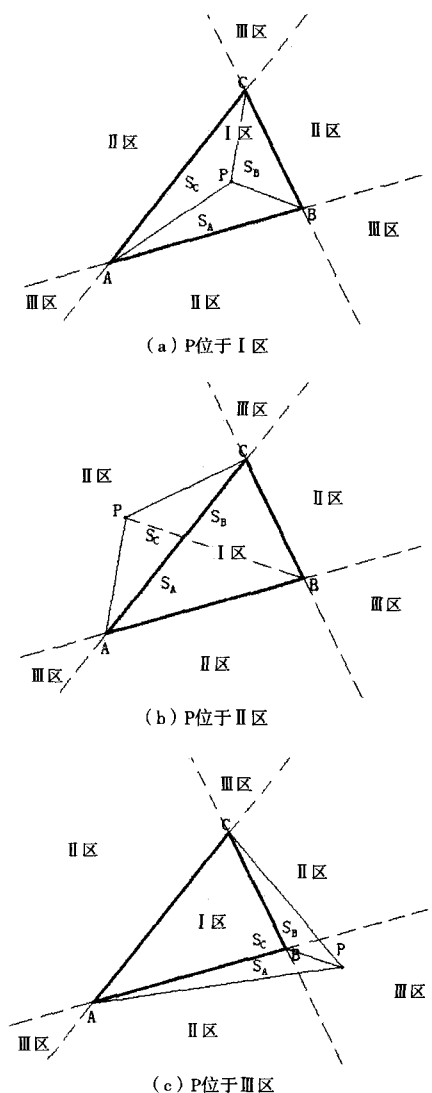


图 1 点 P 位于不同区域的示意图

当 S_A, S_B, S_C 均大于等于 0 时, P 位于 $\triangle ABC$ 内或其边上, 即图 1 中 I 区, 如图 1(a) 所示; 当 S_A, S_B, S_C 有一个小于 0 时, P 位于相应的小于 0 的 S 对应边的外侧, 即图 1 中 II 区, 如图 1(b) 所示; 当 S_A, S_B, S_C 有两个小于 0 时, P 点位于相应的小于 0 的 S 对应的两条边的外侧, 即图 1 中 III 区, 如图 1(c) 所示。

对于插入点位于 I 区和 II 区的情况, 本文采用与面积坐标法相同的方法, 可以很快的找到最短路径中下一个判断的三角形。现在各种点定位算法的不同之处主要集中在对于插入点位于 III 区的处理上。本文通过对点定位算法的影响因素的分析, 对点位于 III 区时的处理过程进行了优化。

针对因素 2, 文献[7]已证明其算法的搜索路径是目前已有算法中的最短路径。根据文献[7]中所述, 当插入点位于当前判断三角形的 III 区时, 将当前判断三角形的重心与插入点相连, 判断与连线相交的是三角形的哪条边, 则下一个要判断的三角形就是该边的邻边三角形。本文算法采用与文献[7]相同的搜索路径, 即目前算法中的最短路径。

针对因素 3, 当插入点位于 III 区时, 文献[9-11]都无法避免求三角形重心坐标和相交边的过程, 而这个过程要进行多次坐标和直线方程求交计算, 从而影响点定位算法的计算效率。本文根据三角形重心的性质, 提出一种快速判断三角形位置的方法:

当插入点位于 III 区时, S_A, S_B, S_C 中, 最小的 S 所对应的边即为当前判断三角形的重心与插入点连线穿过的边。

如图 2, 设 $\triangle ABC$ 为当前判断的三角形, 分别将 $\triangle ABC$ 的三个顶点 C, A, B 与对边中点 M_1, M_2, M_3 相连, 相交于一点即为重心 G 。设插入点 P 为 M_3B 延长线上一点, BP 将 III 区分为 a 区和 b 区两个部分。由三角形中线的性质可知, $\triangle ABC$ 和 $\triangle APC$ 被各自中线 BM_3 和 PM_3 分得的三角形面积相等, 可以得到 $S_{ABP} = S_{CBP}$, 即 $|S_A| = |S_B|$ 。进而可以得到当 P 插

入点 P' 位于 a 区时 $\frac{\overrightarrow{PD}}{\overrightarrow{PE}} < \frac{\overrightarrow{PD}}{\overrightarrow{PE}}$, 即 $S_{ABP'} = S_{CBP'}, |S_A| < |S_B|$, GP'

一定与边 BC 相交; 同理插入点位于 b 区时, $|S_A| > |S_B|$, GP'

定与边 AB 相交。

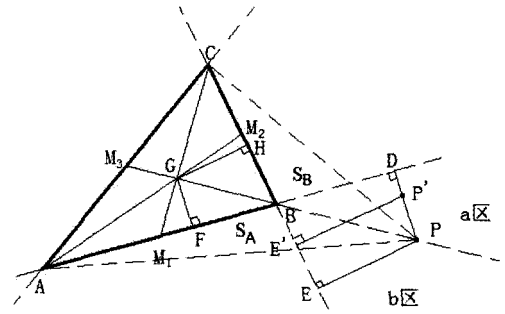


图 2 算法示意图

采用这种判别准则可以在得到相同结果的情况下有效避免求三角形重心和相交边的过程, 从而可以提高插入点位于 III 区时定位三角形的计算效率。这样, 本文算法既满足了最短搜索路径, 又简化了定位三角形的计算和判断过程, 使得整个点定位算法的计算效率得到了有效的提升。

3 实验及应用

3.1 实验分析

为了测试本文算法的效率, 对面积坐标法^[3]、重心方向搜索法^[6]、最速方向定位法^[5]、点定位融和法^[7]以及本文算法进行了测试, 测试环境为 Intel(R) Core(TM) i7-4700HQ CPU @ 2.40GHz, 8GB 内存, win8, 64 位操作系统, 测试点集选取总点数分别为 10 万、50 万、100 万的均匀点集。为了使实验结果更加直观, 引入平均每个插入点搜索路径中的三角形个数(NP), NP 值越小搜索路径越短。逐点插入法中点的插入顺序采用规则网格的排列方法^[5], 可以保证首三角形与目标三角形的距离不是太远。各种方法中每个插入点的首三角形都是相同的, 选取规则都是把前一个插入点最后一个更新的三角形作为首三角形。测试结果如表 1 所示。

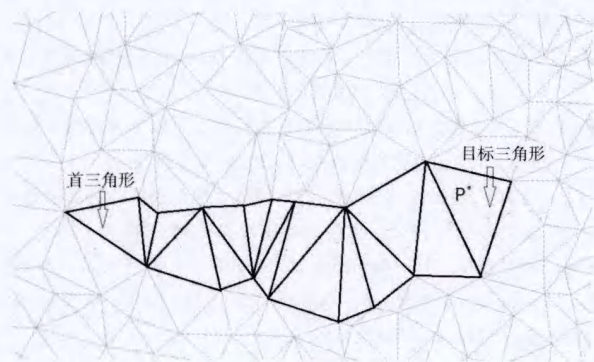
表 1 不同算法效率对比

点数	面积坐标法		重心方向搜索法		最速方向定位法		点定位融和法		本文算法	
	搜索时间(ms)	NP	搜索时间(ms)	NP	搜索时间(ms)	NP	搜索时间(ms)	NP	搜索时间(ms)	NP
10 万	236	42.5815	516	38.9874	467	39.8991	422	38.9874	203	38.9874
50 万	1013	40.9118	2703	37.4697	2158	38.3338	2125	37.4697	984	37.4697
100 万	1968	40.4685	5239	37.0641	4438	37.9067	3968	37.0641	1828	37.0641

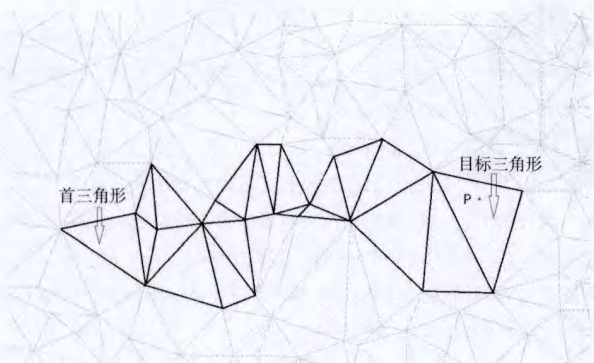
从表 1 中可以看出, 对于搜索路径, 重心方向搜索法、点定位融和法和本文算法的 NP 值相同且为最小, 因为这三种方法的搜索路径相同且是这几种方法中最短的; 相比这三种算法, 最速方向定位法的搜索路径略长, 所以 NP 值也略高; 面积坐标法由于搜索路径中很多绕弯现象的存在, NP 值最高。在点数为 100 万的均匀点集构网过程中, 取出某插入

点, 分别用这 5 种方法将搜索路径画出, 结果如图 3 所示。

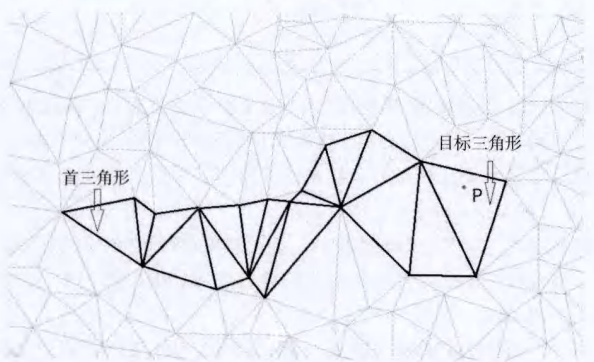
其中, 由于重心方向搜索法和点定位融合算法搜索路径与本文算法相同(但效率低于本文算法), 故将其省略。从图 3 中可以看出, 从首三角形到目标三角形, 本文算法经历了 16 个三角形, 面积坐标法经历了 21 个三角形, 最速方向定位法经历了 17 个三角形, 可见本文算法的搜索路径是最短的,



(a) 本文算法



(b) 面积坐标法



(c) 最速方向定位法

图3 搜索路径

结果也与这5种方法的NP值相对应。

从表1中可以看出,对于算法效率,面积坐标法由于无需求重心坐标和相交边,虽然判断的三角形最多(NP值最大)但算法效率依旧很高;而重心方向搜索法对于每个判断三角形都要求重心坐标和相交边,虽然搜索路径最短但算法效率最低,搜索时间约为面积坐标法的2.5倍;最速方向定位法将重心方向搜索法中对每个三角形重心坐标的计算简化为只求首三角形的重心坐标,所以搜索时间比重心方向搜索法略少,但依旧比面积坐标法多出约一倍的搜索时间;点定位融和法将面积坐标法和重心方向搜索法结合,搜索时间比重心方向搜索法降低了约20%;而本文算法由于搜索路径

最短,计算效率与面积坐标法相当,所以最终算法效率是五种方法中最高的。

3.2 算法应用

将本文所述的点定位算法应用于逐点插入法构建Delaunay三角网建模中,选取使用三维激光扫描仪获得的总点数约为100万的地形点云数据进行三维可视化建模,结果如图4所示。



(a)Delaunay三角网



(b) 三维可视化后效果

图4 三维可视化结果

4 结语

本文在现有点定位算法基础上,结合三角形重心的几何

性质,提出了一种新的点定位算法,对点定位算法中插入点位于三角形两条边外侧时的计算效率进行了优化,避免了求三角形重心和相交边的过程,并将该点定位算法应用到点云数据 Delaunay 三角网建模中。测试结果表明,与其它定位法相比较,本文算法不仅搜索路径短,而且算法效率高。将该算法运用到点云数据地形建模中,可以有效地提升 Delaunay 算法构网的效率,提高算法的稳定性,具有较好的应用价值。

参考文献:

- [1] 谢增广. 平面点集 Delaunay 三角剖分的分治算法[J]. 计算机工程与设计, 2012, 33(7): 2652-2658.
- [2] 陈慧群, 陈少克. 一种基于格子分块的快速 Delaunay 三角剖分算法[J]. 计算机与数字工程, 2007, 35(2): 9-10.
- [3] 刘学军, 符铎砂, 赵建三. 三角网数字地面模型快速构建算法研究[J]. 中国公路学报, 2000, 13(2): 31-36.
- [4] 刘少华, 等. Delaunay 三角网中点目标快速定位算法研究[J]. 测绘科学, 2007, 32(2): 69-71.
- [5] 宋占峰, 蒲浩, 詹振炎. 基于三角网数字地面模型快速定位算法的研究[J]. 中国铁道科学, 2002, 23(1): 63-66.
- [6] 蒲浩, 宋占峰, 詹振炎. 快速构建三角网数字地面模型方法的研究[J]. 中国铁道科学, 2001, 22(6): 100-105.
- [7] 张咏, 等. 基于融合算法的二维 Delaunay 三角网任意点定位研究[J]. 测绘科学, 2010, 35(2): 84-87.

- [8] 徐道柱, 刘海砚. Delaunay 三角网建立的改进算法[J]. 测绘与空间地理信息, 2007, 30(1): 38-41.
- [9] 王龙浩, 王解先. 基于逐点插入法的 Delaunay 三角网快速生成算法[J]. 工程勘察, 2013, (10): 75-79.
- [10] 汤国安, 刘学军, 闫国年. 数字高程模型及地学分析的原理与方法[M]. 北京: 科学出版社, 2005: 22-30.
- [11] 刘学军, 赵吉先, 符铎砂. 三角网数字地面模型的动态修改与编辑[J]. 中国公路学报, 2000, 13(4): 16-20.
- [12] B M John. Transformation of trilinear and quadriplanar coordinates to and from cartesian coordinates[J]. American Mineralogist, 1964, 49 (7,8): 926-936.

[作者简介]



苏天贇(1977-), 男(汉族), 山东省青岛市人, 博士, 副研究员, 主要研究领域为海洋环境数据管理与可视化技术。

王雯(1989-), 女(汉族), 山东省青岛市人, 硕士研究生, 主要研究领域为科学计算可视化。

吴蔚(1990-), 男(汉族), 山东省泰安市人, 博士研究生, 主要研究领域为计算机图形学、并行计算、流体力学。

李新放(1983-), 男(汉族), 山东省五莲市人, 硕士, 工程师, 主要研究领域为海洋信息三维可视化。

(上接第 279 页)

冲印的图像分割优化方法。首先对待冲印图像中的有效像素进行提取, 其次计算出有效像素的平面坐标值和灰度值, 然后进行加权处理, 能够得出像素的形心坐标。最后通过像素变化产生的形心坐标值的变化, 能够得出待冲印图像亚像素级别的图像识别, 完成对传统方法的优化。实验结果表明, 利用改进算法进行图像分割, 能够有效地提高冲印精度, 效果令人满意。

参考文献:

- [1] 锥盛林, 吴满旗, 张健, 孙飞, 王会. 展示材料数码冲印解决方案[J]. 信息记录材料, 2013, (4): 11-15.
- [2] Dan Marx, 王造成. 对宽幅数码印刷技术固有优势的重新审视(上)[J]. 今日印刷, 2014, 0(10): 44-45.
- [3] 王造成. 对宽幅数码印刷技术固有优势的重新审视(下)[J]. 今日印刷, 2014, 0(11): 48-49.
- [4] 李强, 刘哲, 南炳炳, 顾淑音. 改进的基于邻域嵌入的图像超分辨率重构[J]. 激光技术, 2015, 39(1): 13-18.
- [5] 郑伟, 孙雪青, 李哲. shearlet 变换和区域特性相结合的图像融合[J]. 激光技术, 2015, 39(1): 50-56.
- [6] 张从鹏, 魏学光. 基于 Harris 角点的矩形检测[J]. 光学精密工程, 2014, 22(8): 2259-2266.

- [7] 张振久, 赵振宇, 吴新民. 基于数字图像处理技术的透镜焦距测量[J]. 深圳信息职业技术学院学报, 2014, 0(3): 40-44.
- [8] 周冠林. 数字图像处理技术的探究[J]. 中国科技纵横, 2014, (16): 12-12.
- [9] 修吉宏, 李军, 黄浦, 李友一. 彩色宽幅面阵航空相机的非均匀性校正方法[J]. 电子测量与仪器学报, 2014, 28(10): 1053-1061.
- [10] 王维, 肖进胜, 刘国雄, 易本顺, 张新晨. 基于 HEVC 的亚像素运动估计快速算法[J]. 系统工程与电子技术, 2014, 36(12): 2543-2549.
- [11] 吕同富, 刘宝军, 毕秀芝. 图像边缘提取的简单方法及应用[J]. 计算机仿真, 2013, 20(4): 99-101.

[作者简介]



熊朝松(1973-), 男(汉族), 湖南张家界人, 硕士, 讲师, 主要研究方向: 数字图像处理, 数据挖掘。